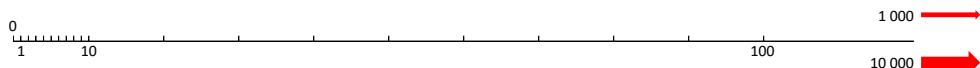


Mathématiques

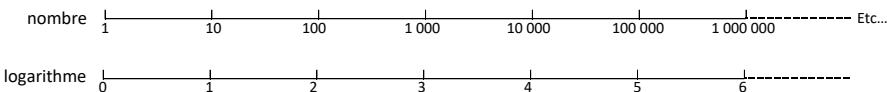
Bases élémentaires - Logarithmes

Le logarithme est un artifice mathématique permettant de simplifier des opérations, par exemple en remplaçant des multiplications par des additions.

La représentation sur un axe des grands nombres est malaisé, nécessite beaucoup de place...



Pour pallier cet inconvénient, on représente les nombres sur une autre échelle, l'échelle logarithmique :



La seconde échelle représente le nombre de zéros du nombre de la première échelle. Ce nombre de zéros est le logarithme du nombre, et est noté log.

Par exemple :

$$\begin{aligned}
 \log(1) &= 0 \\
 \log(10) &= 1 \\
 \log(100) &= 2 \\
 \log(1\,000) &= 3 \\
 \log(10\,000) &= 4 \\
 \text{Etc...}
 \end{aligned}$$

Le logarithme de zéro est $-\infty$.
Le logarithme d'un nombre négatif n'existe pas.

Une calculatrice scientifique donne facilement les valeurs intermédiaires, par exemple entre 10 et 100, ou entre 1 000 et 10 000.

Par exemple :

$$\begin{aligned}
 \log(32,6) &= 1,513 \\
 \log(168) &= 2,225 \\
 \log(5\,314) &= 3,725 \\
 \log(953\,547) &= 5,979
 \end{aligned}$$

La fonction logarithme permet de remplacer une multiplication par une addition, ou une division par une soustraction.

$$\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

$$3 \times 10 = 30$$

$$\log(3 \times 10) = \log(3) + \log(10)$$

$$1,447 = 0,447 + 1$$

Avant l'avènement des calculettes, la règle à calculer permettait de faire des multiplications ou des divisions, en additionnant ou en soustrayant des longueurs proportionnelles à des logarithmes.

Application des logarithmes en astronomie :

1 - L'échelle des magnitudes.

Une magnitude (absolue) représente la luminosité d'une étoile. Cette échelle est logarithmique, car la luminosité peut être représentée par de très grands nombres.

$$M = -2,5 \log(L) + C$$

M est la magnitude, L la luminosité, et C une constante d'ajustement.

2 - Mesure de la distance des étoiles

La connaissance de la magnitude apparente (vue de la Terre), et celle de sa magnitude absolue permet de calculer la distance d'une étoile.

La difficulté consiste à évaluer cette magnitude absolue, non mesurable directement.

L'astronome américaine Henrietta Leavitt (1868-1921) a découvert une loi qui permit de déterminer la luminosité absolue de certaines étoiles pulsantes appelées céphéides. Cette loi est une relation logarithmique entre la période de pulsation et la luminosité absolue de l'étoile.

$$M = a \log(P) + b$$

M est la magnitude absolue, P la période de pulsation, a et b des constantes.

L'astronome américain Edwin Hubble (1889-1953) s'est servi de cette relation pour mesurer les distances de nombreuses galaxies. Il a démontré que plus les galaxies sont lointaines, plus elles s'éloignent vite, et ainsi mis en évidence l'expansion de l'univers.