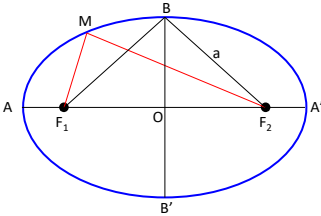


Mathématiques

Bases élémentaires - Les ellipses

Définition :

L'ellipse est le lieu des points dont la somme des distances à deux points fixes appelés « foyers » (ici F_1 et F_2), est constante.



Quelle que soit la position du point M sur l'ellipse, on a :

$$MF_1 + MF_2 = 2a$$

Avec $a = BF_1 = BF_2 = OA = OA'$

$2a$ (la longueur AA') est appelé le grand axe. OA (a) est le demi grand axe. BB' est le petit axe.

L'excentricité :

L'excentricité représente l'« aplatissement » de la courbe, et est notée e .

$$e = \frac{c}{a} = \frac{OF_1}{OA}$$

c est la distance séparant le centre O de l'ellipse à l'un des foyers.

e varie de 0 à 1.

Si $e = 0$, c'est que les foyers sont confondus avec le centre O. La courbe est un cercle de rayon a .

Plus e s'approche de 1, plus le foyer F_1 s'approche de A (et F_2 de A'), et plus l'ellipse est aplatie.

Si $e = 1$, la courbe n'est plus fermée, c'est une parabole.

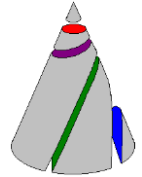
Il est possible d'exprimer l'excentricité en fonction du grand axe et du petit axe :

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

Pour aller un peu plus loin...

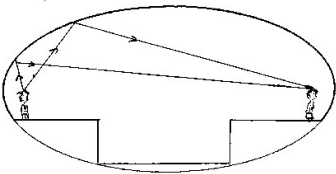
L'ellipse fait partie des « coniques », ensemble de courbes planes, intersections d'un cône de révolution et d'un plan.

Sur ce schéma, nous avons le cercle en rouge, l'ellipse en violet, la parabole en vert et l'hyperbole en bleu.



Une torche électrique émet un cône de lumière. Si la torche est dirigée verticalement vers le sol (qui fait office de plan), la tache de lumière est circulaire. Si la torche est inclinée par rapport à la verticale, la tache de lumière est elliptique.

Applications des ellipses



Une station de métro a une coupe elliptique. Deux personnes placées sur des quais opposés et situées aux deux foyers peuvent s'entendre distinctement en chuchotant.

Le métro n'est pas le seul à posséder cette caractéristique. On la trouve également au musée des Arts et Métiers à Paris, entre autres bâtiments.

Entre deux pylônes, un téléphérique tire par son poids sur le câble qui le supporte. La cabine décrit une portion d'ellipse sur son parcours entre deux pylônes.



Les astres du système solaire, comme les planètes ou les comètes, tournent autour du Soleil selon des trajectoires elliptiques (c'est la première loi de Kepler). Le Soleil occupe l'un des foyers, par exemple F_1 . Dans ce cas, A est le périhélie et A' l'aphélie.

Sauf pour Mars et Mercure, les excentricités des planètes sont proches de 0. Les trajectoires sont presque assimilables à des cercles. L'excentricité de la Terre vaut 0,017, celle de Mars est proche de 0,1, celle de Mercure est de 0,2.

Les comètes ont aussi des trajectoires elliptiques, avec une excentricité généralement proches de 1. Leurs orbites sont très aplaties. Elles s'approchent donc au périhélie très près du Soleil, qui éjecte leurs poussières et leurs gaz volatils pour former les queues remarquables. Plus tard, elles rejoignent les fins fonds du système solaire jusqu'à l'aphélie.