



$$\begin{aligned}\log (3^{x-1} \cdot 5^{2x-1}) &= \log 375 \\ \log (3^{x-1}) + \log (5^{2x-1}) &= \log (3 \times 5^3) \\ (x-1) \log 3 + (2x-1) \log 5 &= \log 3 + 3 \log 5 \\ x \cdot \log 3 + 2x \cdot \log 5 &= 2 \log 3 + 4 \log 5 \\ x (\log 3 + 2 \log 5) &= 2 (\log 3 + 2 \log 5) \\ x &= 2\end{aligned}$$

Les logarithmes

Histoire

Les logarithmes sont apparus au début du XVII^{ème} siècle.

L'idée est de simplifier les calculs comportant de grands nombres avec beaucoup de chiffres.

Le mathématicien, théologien, astronome et physicien écossais John Napier (1550-1617) propose cette méthode qui permet de transformer des multiplications en additions. Son nom a été francisé en Jean Neper.

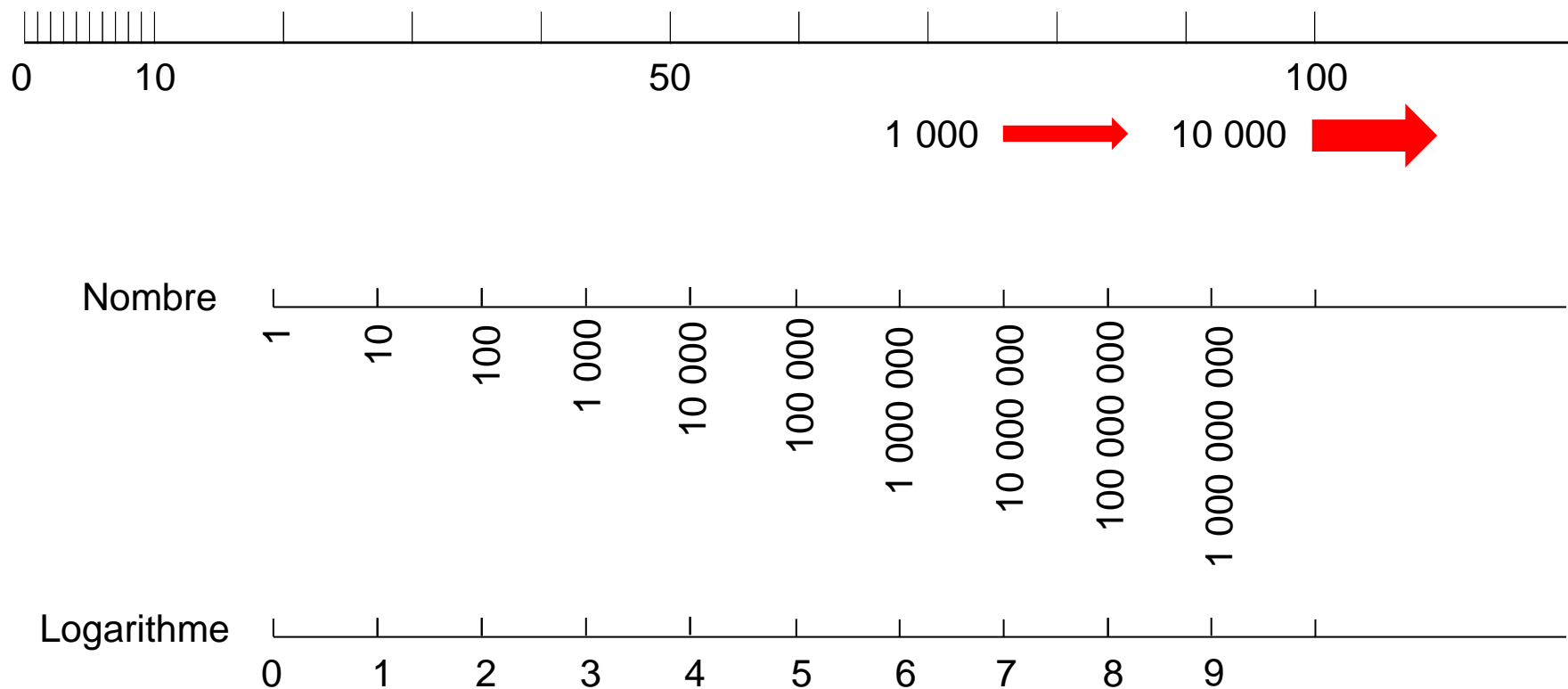
Il publie en 1614 « *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* ».

Cet ouvrage est lu par Henry Briggs (1556-1630) qui établit les premières tables de logarithmes.

Dès 1620, plusieurs savants inventèrent des instruments utilisant les logarithmes pour leurs calculs.

Le dernier en date est la « règle à calculs ».

Représentation des nombres



Le logarithme d'un nombre entre 1 et 10 sera compris entre 0 et 1

Le logarithme d'un nombre entre 10 et 100 sera compris entre 1 et 2

Le logarithme d'un nombre entre 1 000 et 10 000 sera compris entre 3 et 4

Examples

$$\log(32,6) = 1,513$$

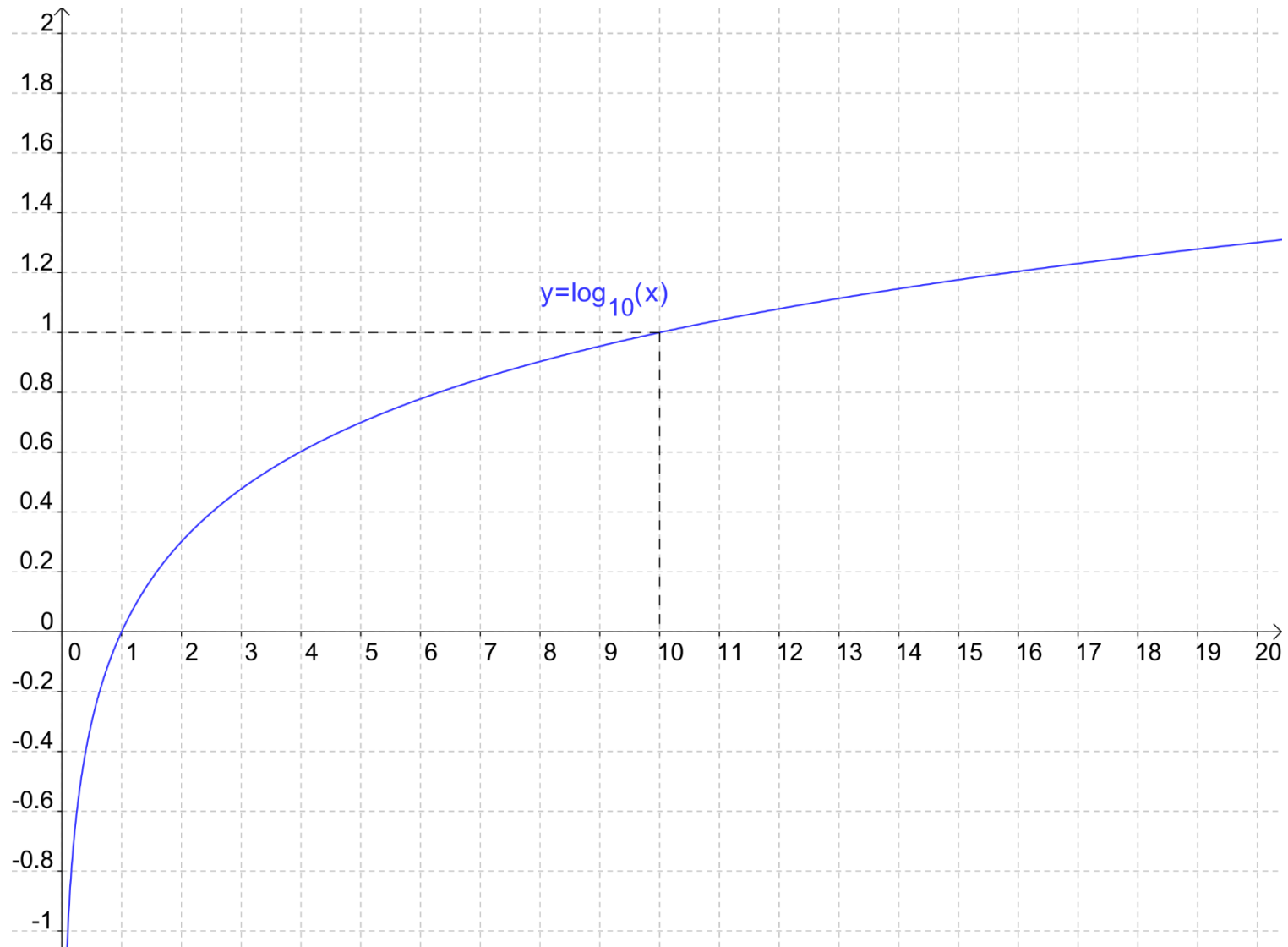
$$\log(168) = 2,225$$

$$\log(5\,314) = 3,725$$

$$\log(953\,547) = 5,979$$



La fonction log



Addition et soustraction de logarithmes

$$\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$$

$$3 \times 10 = 30$$

$$\text{Log}(3 \times 10) = \log(3) + \log(10)$$

$$\text{Log}(30) = 0,447 + 1$$

$$1,447 = 1,447$$

$$\log(a / b) = \log(a) - \log(b)$$

$$3 / 10 = 0,3$$

$$\text{Log}(3 / 10) = \log(3) - \log(10)$$

$$\text{Log}(0,3) = 0,447 - 1$$

$$-0,523 = -0,523$$

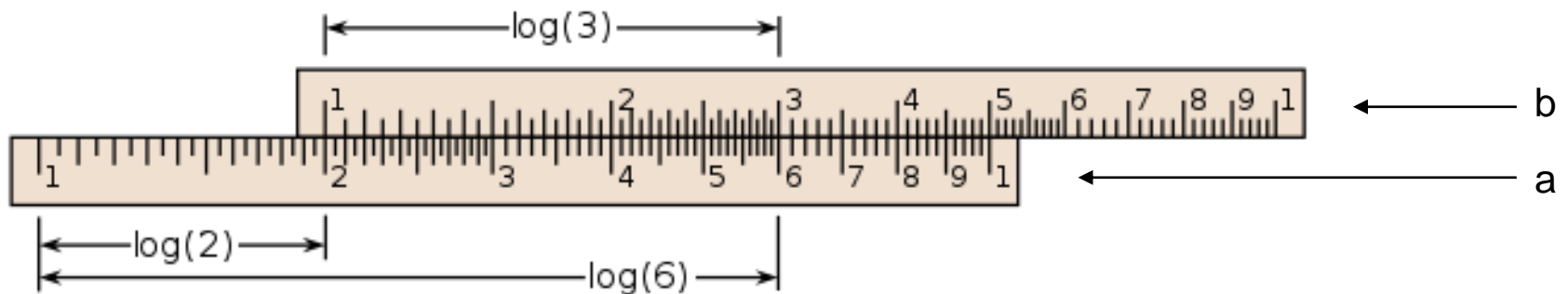
La règle à calculs

Multiplier 2 par 3

$$\text{Log}(2 \times 3) = \log(2) + \log(3)$$

Les deux échelles a et b sont logarithmiques.

On additionne 2 de l'échelle a avec 3 de l'échelle b. La lecture du résultat est sous le 3 de l'échelle b.



Très utilisée avant les années 70, elle a été supplantée par les calculatrices électroniques.

Les logarithmes en astronomie

Echelle des magnitudes :

$$m = -2,5 \log(L) + C$$

Mesure des distances des étoiles :

$$M = a \log(P) + b$$

$$m - M = 5 \log(d) - 5$$

Autres applications

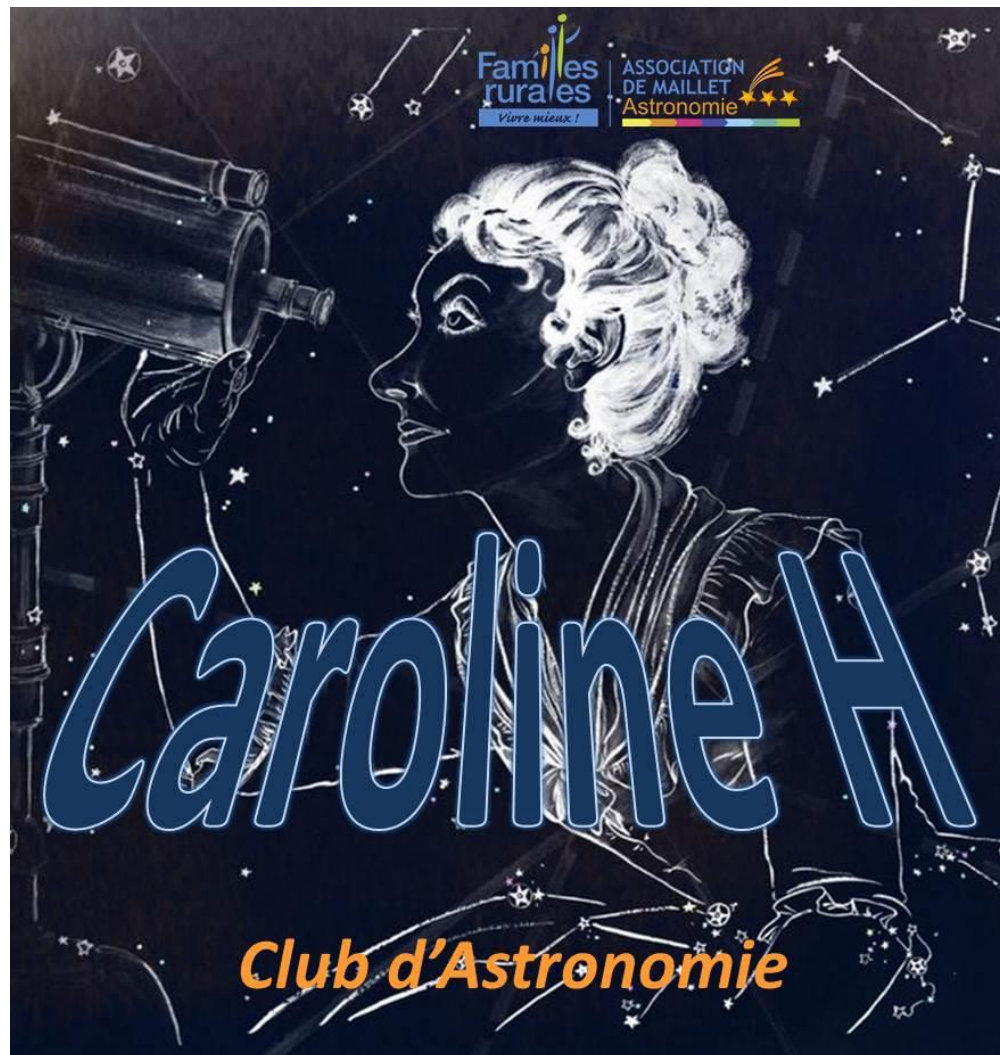
pH des solutions :

$$\text{pH} = -\log(\text{H}^+)$$

Mesure du bruit : le décibel (dB)

1 dB est 10 fois le logarithme du rapport de deux puissances acoustiques.

S'applique à d'autres domaines : télécom, électronique...



Familles
rurales
Vivre mieux !

ASSOCIATION
DE MAILLET
Astronomie

Caroline H

Club d'Astronomie