

Les points de Lagrange

Au programme

Monsieur Lagrange

L'idée de départ

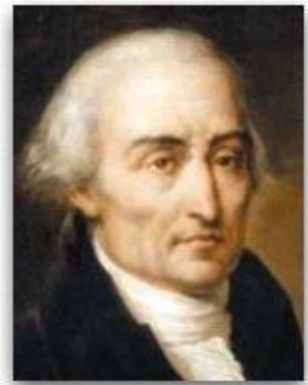
Les 5 points de Lagrange

Point L1, Point L2, Point L3, Points L4
et L5

L'équilibre des forces

Les Troyens

Joseph Louis Lagrange

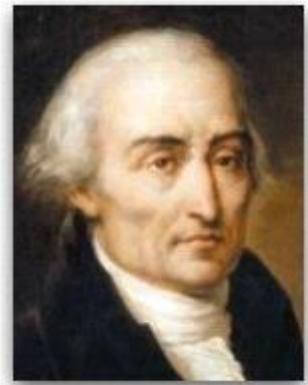


Joseph Louis Lagrange (1736-1813)

Giuseppe Luigi Lagrangia en italien

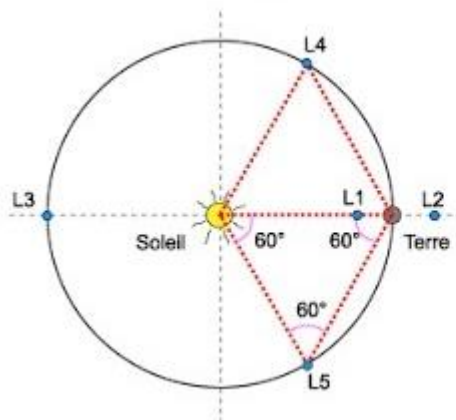
- Mathématicien, mécanicien et astronome.
- Né à Turin de parents descendants de René Descartes (1596-1650).
- A 18 ans, il a déjà assimilé la mécanique de Newton et les mathématiques associées.
- Dès cet âge, il correspond scientifiquement avec Léonhard Euler (1707-1783), l'un des plus grands et des plus prolifiques mathématicien du 18^{ème} siècle.
- En 1757, il crée l'académie des sciences de Turin.
- Il participe et gagne des concours scientifiques de l'académie des sciences de Paris. En particulier il présente une théorie complète de la "variation des éléments des planètes en vertu de leur action mutuelle". Il gagne ce prix, exæquo avec Euler.
- La dernière participation de Lagrange à un prix de l'Académie est un traité sur les "perturbations exercées par l'ensemble des corps célestes sur les trajectoires des comètes". Il remporte ainsi pour la dernière fois le prix en 1780.

Joseph Louis Lagrange



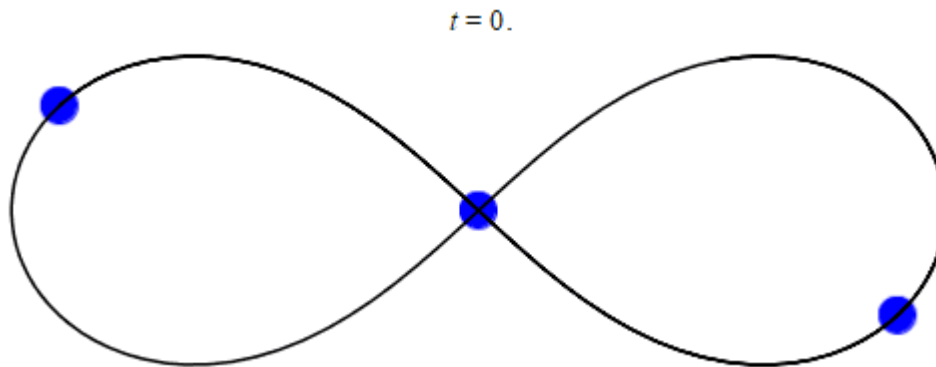
Joseph Louis Lagrange (1736-1813)

- En 1787, il rejoint l'académie de Paris.
- La révolution française le laisse travailler. Il élabore le système métrique avec son ami Lavoisier.
- Lavoisier est guillotiné en 1794. Il déclare : "Il a fallu un instant pour couper sa tête, et un siècle ne suffira pas pour en produire une si bien faite".
- Naturalisé français en 1802.



L'idée de départ

- Les équations de Newton sont solubles dans le cas de deux corps, sans influence extérieure.
- Elles deviennent insolubles avec trois corps indépendants.

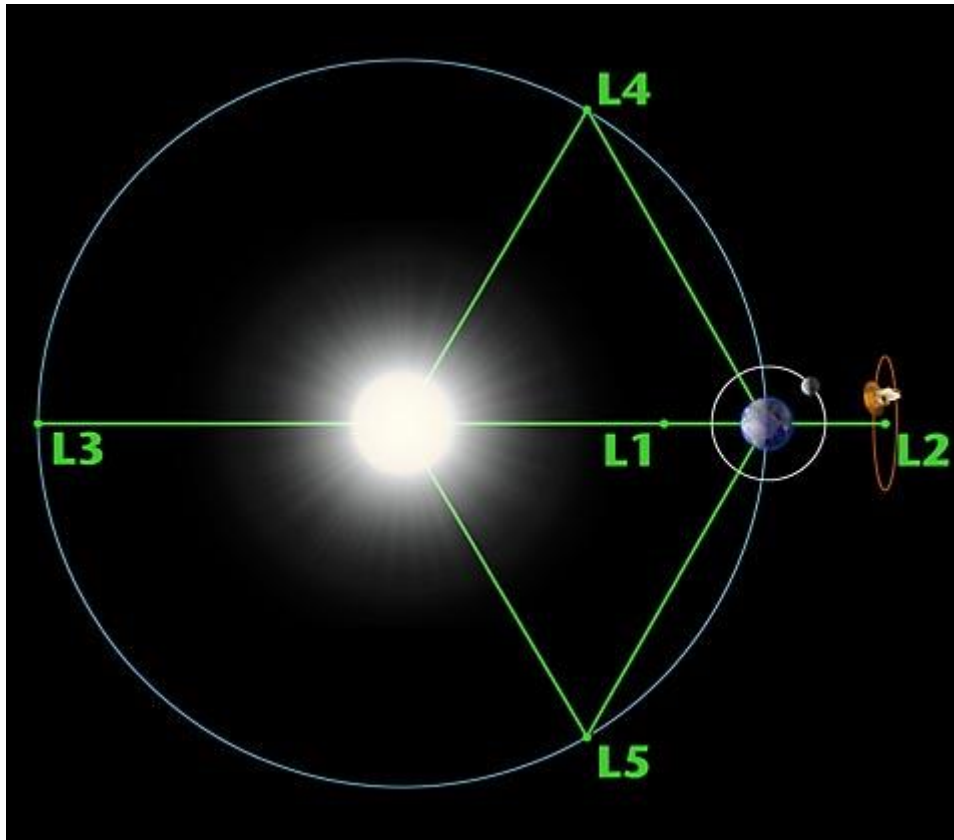


Un cas très particulier de résolution du problème à 3 corps

- Les mathématiciens successeurs de Newton ont étudié le cas particulier où le troisième corps a une masse négligeable devant les deux premiers. Là, des solutions existent.
- Ces cas permettent de calculer les trajectoires de satellites dans le système Terre-Lune ou Terre-Soleil par exemple.
- Dans le système Soleil-Jupiter, on peut ainsi calculer les orbites des astéroïdes.

Les 5 points de Lagrange

- Lagrange a démontré que dans le système Soleil-Terre, il existe 5 points où une sonde spatiale pourrait être en équilibre (stable ou instable selon le point) et ne pas se déplacer dans le repère défini par la Terre et le Soleil.



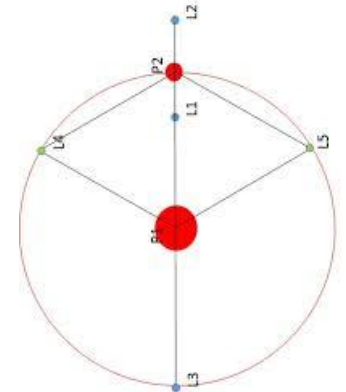
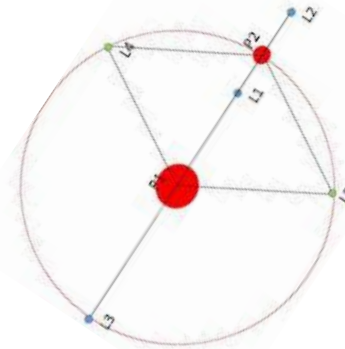
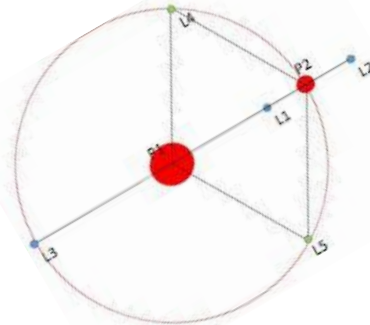
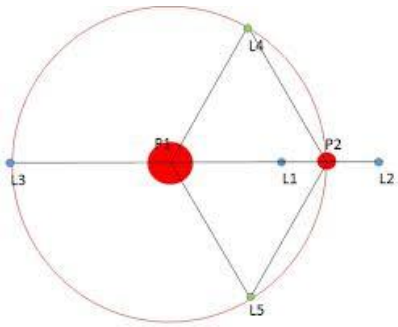
La position des points L1 et L2 se calculent en fonction du rapport des masses des deux corps lourds Soleil et Terre.

L3 est sur l'orbite de la Terre.

L4 et L5 sont au sommet des triangles équilatéraux Soleil-Terre-L4 (ou L5).

Les 5 points de Lagrange

Lagrange a démontré que dans le système Soleil-Terre, il existe 5 points où une sonde spatiale pourrait être en équilibre (stable ou instable selon le point) et ne pas se déplacer dans le repère défini par la Terre et le Soleil.



La Terre tourne autour du Soleil.
Les points de Lagrange aussi !

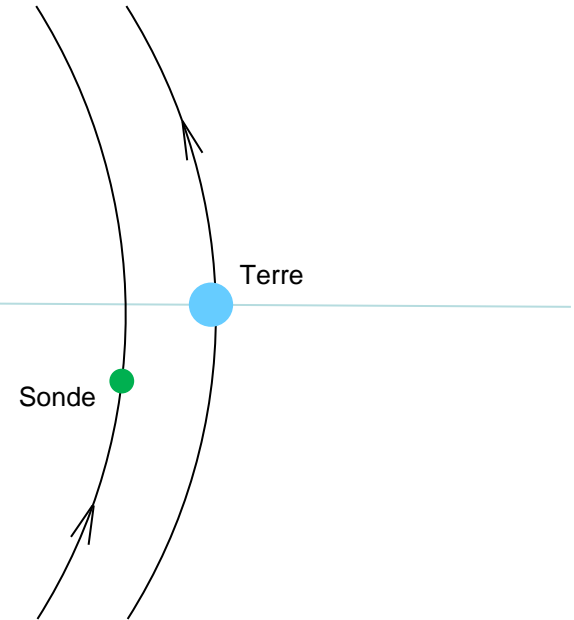
Le point L1

Imaginons une sonde gravitant autour du Soleil, entre l'étoile et la Terre, mais assez proche de la Terre.

Selon les lois de Kepler, la sonde étant plus proche du Soleil que la Terre, elle doit tourner plus vite, et bientôt dépasser notre planète.



Soleil



Mais l'attraction gravitationnelle de la Terre, opposée à celle du Soleil, va ralentir la sonde, jusqu'à ce que sa vitesse orbitale soit égale à celle de la Terre.

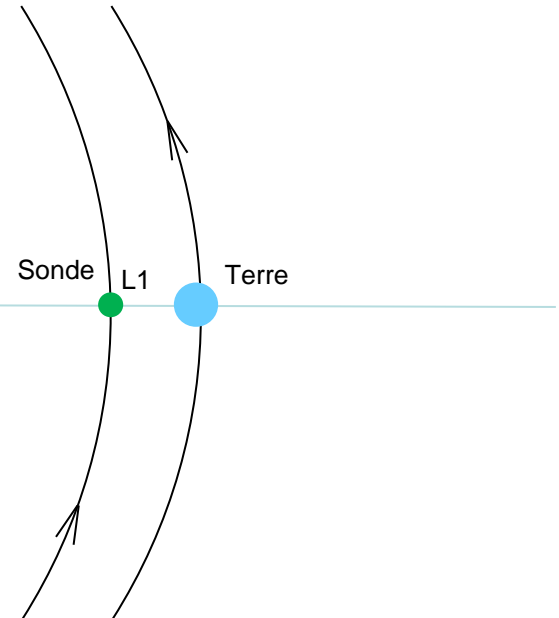
Le point L1

Imaginons une sonde gravitant autour du Soleil, entre l'étoile et la Terre, mais assez proche de la Terre.

Selon les lois de Kepler, la sonde étant plus proche du Soleil que la Terre, elle doit tourner plus vite, et bientôt dépasser notre planète.



Soleil



Mais l'attraction gravitationnelle de la Terre, opposée à celle du Soleil, va ralentir la sonde, jusqu'à ce que sa vitesse orbitale soit égale à celle de la Terre.

C'est le point L1, qui dans ce cas est à 1,5 millions de km de la Terre. Il est instable.

A cet endroit se trouvent des sondes d'observation du Soleil (Soho) et/ou de la face éclairée de la Terre (DSCOVR : observatoire du climat de l'espace lointain).

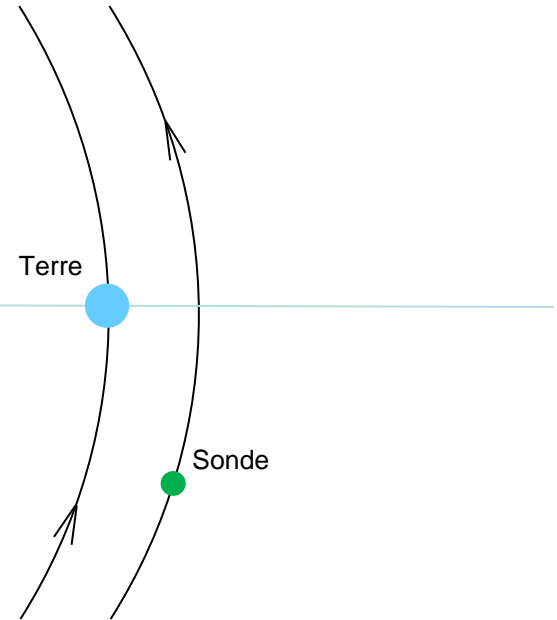
Le point L2

Imaginons une sonde gravitant autour du Soleil, au-delà de la Terre, mais assez proche de la Terre.

Selon les lois de Kepler, la sonde étant plus éloignée du Soleil que la Terre, elle doit tourner moins vite, et ne jamais dépasser notre planète.



Soleil



Mais l'attraction gravitationnelle de la Terre va s'ajouter à celle du Soleil, et va accélérer la sonde, jusqu'à ce que sa vitesse orbitale soit égale à celle de la Terre.

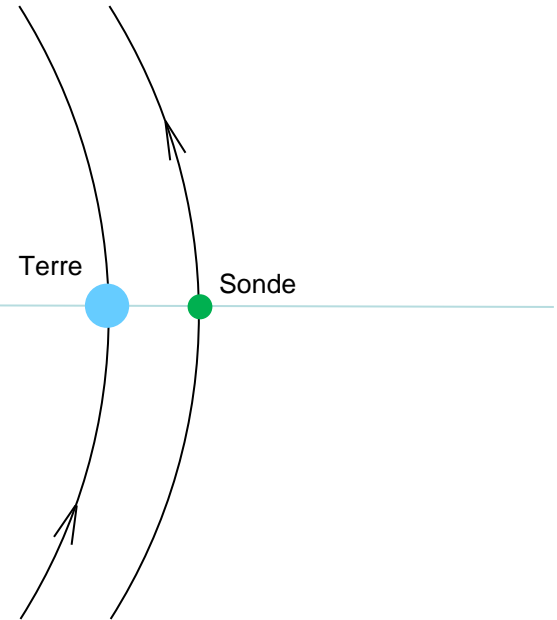
Le point L2

Imaginons une sonde gravitant autour du Soleil, au-delà de la Terre, mais assez proche de la Terre.

Selon les lois de Kepler, la sonde étant plus éloignée du Soleil que la Terre, elle doit tourner moins vite, et ne jamais dépasser notre planète.



Soleil



Mais l'attraction gravitationnelle de la Terre va s'ajouter à celle du Soleil, et va accélérer la sonde, jusqu'à ce que sa vitesse orbitale soit égale à celle de la Terre.

L2 est à 1,5 millions de km de la Terre. Il est instable.

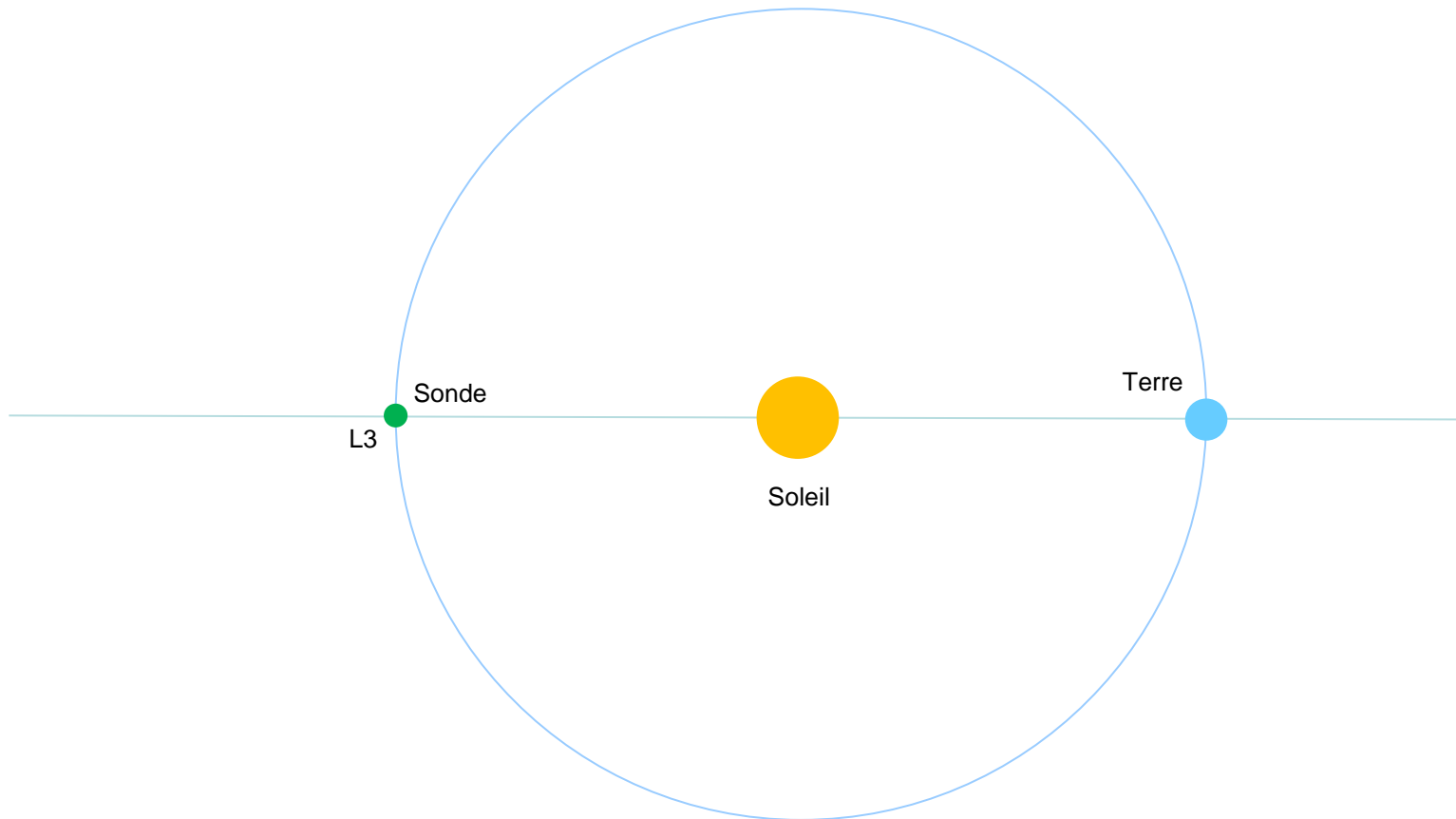
A cet endroit se trouvent des sondes d'observation du ciel profond. On y plaça WMAP, Planck et Herschel.

Sont encore en place les sondes : Gaïa et le télescope James Webb.

En juillet de cette année, devrait être lancée Euclid, puis en 2026, Plato.

Le point L3

Il est situé sur la ligne Terre-Soleil, de l'autre côté du Soleil.

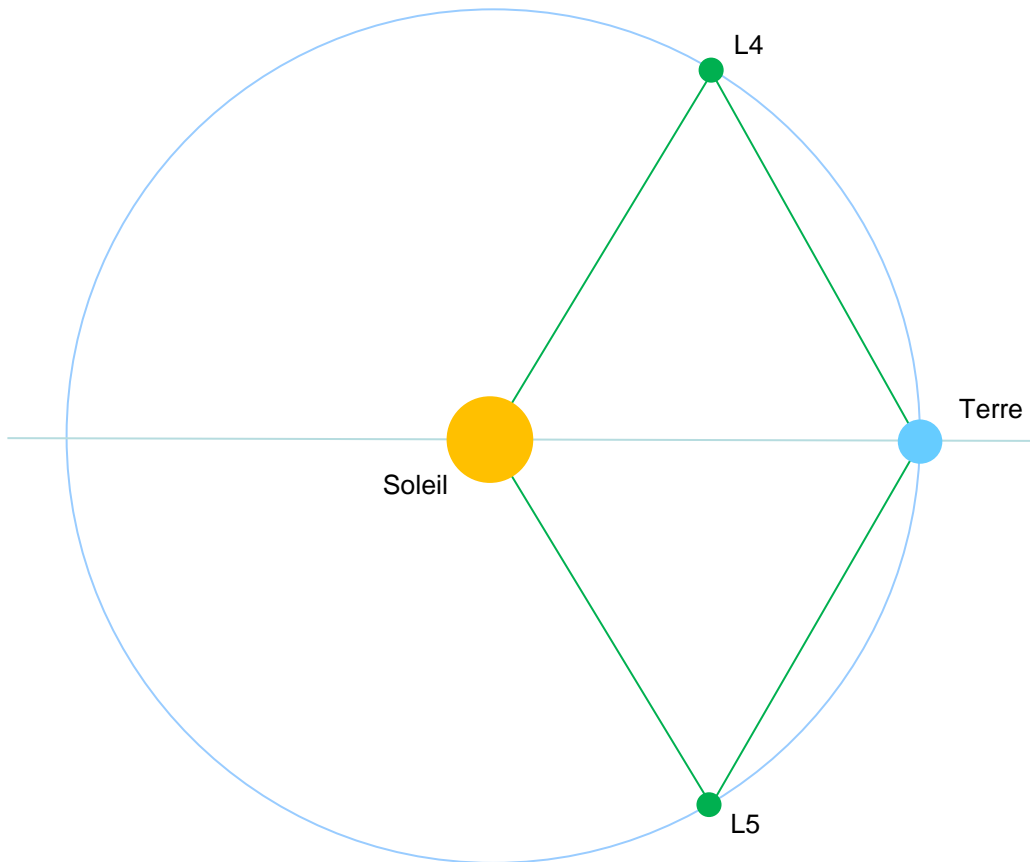


Pas d'avantage pour l'observation (très éloigné, coût prohibitif, pas de communication directe avec la Terre.

Une planète à cet endroit ? Non bien sûr.

Les points L4 et L5

Ils sont sur la même orbite que la Terre, à 60° devant et derrière la Terre.



Contrairement aux trois autres, ces points sont stables. Ils sont en mesure d'accumuler des petits corps.

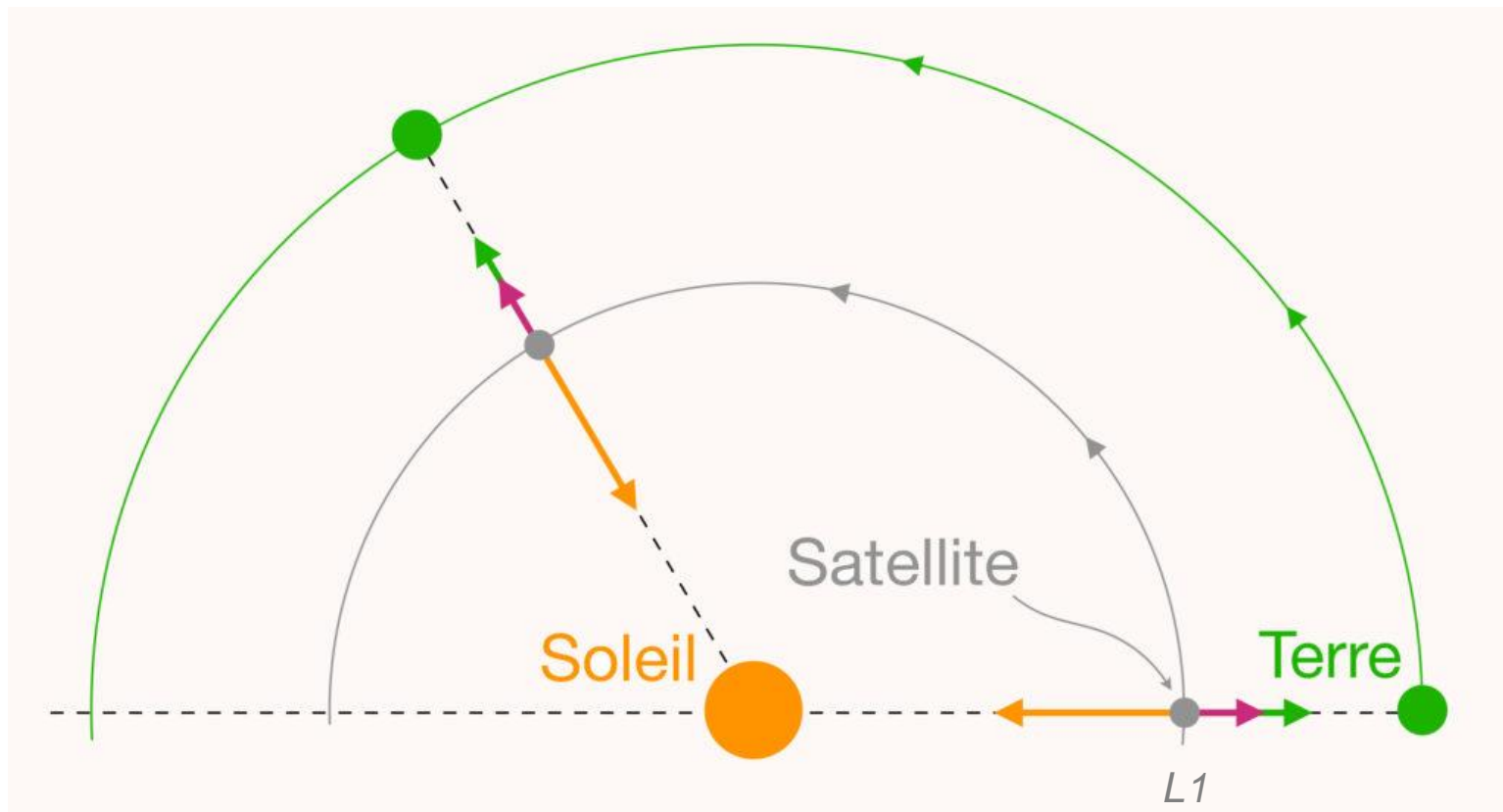
La Terre compte aujourd'hui 2 petits objets en L4 :

- 2010 TK7
- 2020 XL5

L'équilibre des forces

Les points de Lagrange **ne sont pas** des points d'équilibre entre les forces d'attraction gravitationnelles des deux corps principaux. Les corps sont en mouvement.

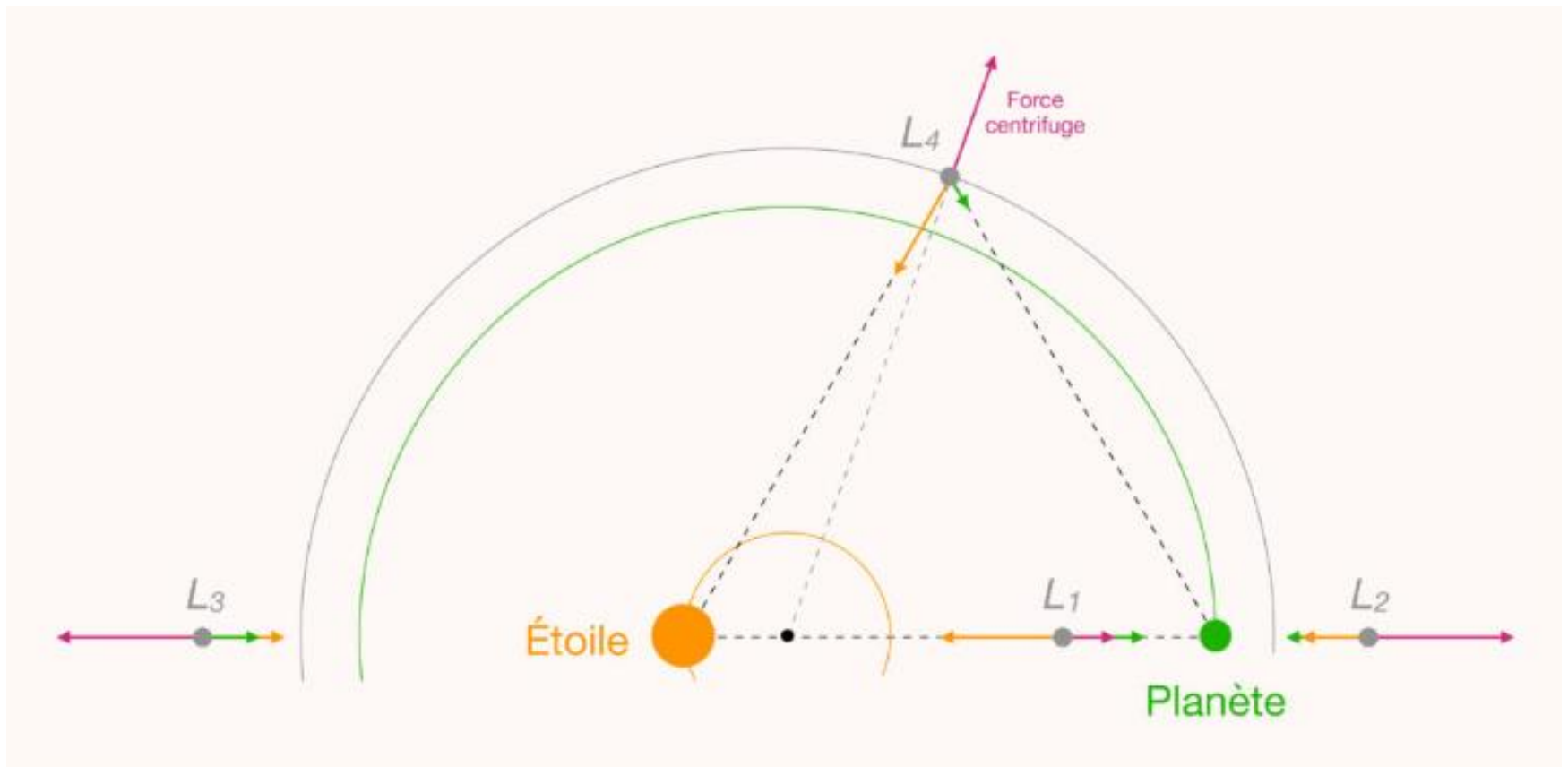
Les points de Lagrange sont les points où l'attraction solaire et l'attraction terrestre sont exactement compensées par la force centrifuge sur leur orbite.



L'équilibre des forces

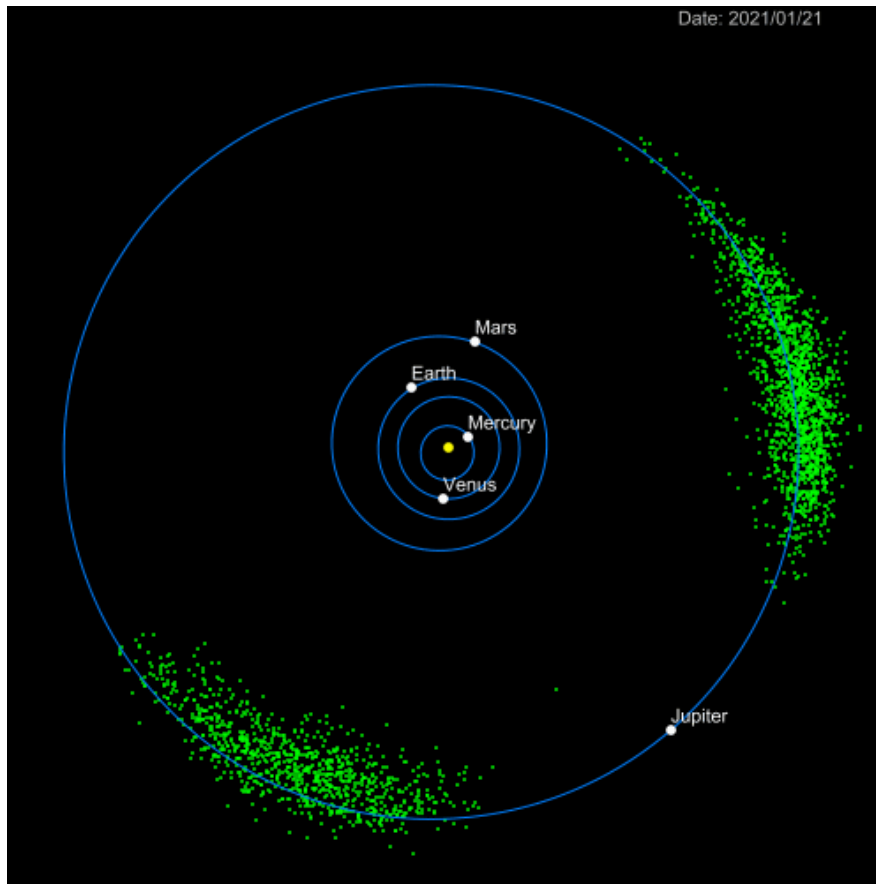
Les points de Lagrange **ne sont pas** des points d'équilibre entre les forces d'attraction gravitationnelles des deux corps principaux. Les corps sont en mouvement.

Les points de Lagrange sont les points où l'attraction solaire et l'attraction terrestre sont exactement compensées par la force centrifuge sur leur orbite.



Les troyens

Dans le système Soleil-Jupiter, les points de Lagrange L4 et L5 regroupent des astéroïdes capturés en ces points stables.



Ces astéroïdes sont nommés d'après les personnages de la Guerre de Troie qui opposa le "camp grec" en L4 et le "camp troyen" en L5.

Le premier troyen (en L4) fut découvert en 1906 par Max Wolf, qu'il nomma *Achille*, le héros grec de l'Illiade.

On compte aujourd'hui plus de 7 000 troyens.

Le terme "troyen" est utilisé pour tout corps dans la même situation entre deux astres : Soleil-Terre, Terre-Lune, Soleil-Mars...



ASSOCIATION
DE MAILLET



Club d'astronomie
Caroline H

